**Вариант1**

**1.**



На прямой *AB*взята точка *M*. Луч *MD*— биссектриса угла *CMB*. Известно, что ∠*DMC* = 41°. Найдите угол *CMA*. Ответ дайте в градусах.

**2.**



Центр окружности, описанной около треугольника *ABC*, лежит на стороне *AB*. Найдите угол *ABC*, если угол *BAC*равен 30°. Ответ дайте в градусах.

**3.**



В трапеции *ABCD* известно, что *AD* = 7, *BC* = 5, а её площадь равна 72. Найдите площадь трапеции *BCNM*, где *MN* – средняя линия трапеции *ABCD*.

**4.**



Найдите тангенс угла , изображённого на рисунке.

**5.**

Какое из следующих утверждений верно?

1) Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам.

2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.

3) Любой параллелограмм можно вписать в окружность.

**6.**

Основания трапеции равны 16 и 34. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

**7.**

В остроугольном треугольнике *ABC* проведены высоты  и  Докажите, что углы  и  равны.

**8.**

Медиана *BM* треугольника *ABC* равна 3 и является диаметром окружности, пересекающей сторону *BC* в её середине. Найдите диаметр описанной окружности треугольника *ABC*.

**Вариант2**

**1.**



В треугольнике  известно, что ,  — биссектриса. Найдите угол . Ответ дайте в градусах.

**2.**

В угол C величиной 57° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках *A* и *B*, точка *O* - центр окружности. Найдите угол *AOB*. Ответ дайте в градусах.

.

**3.**

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

**4.**



Найдите тангенс угла , изображённого на рисунке.

**5.**

Какое из следующих утверждений верно?

1) Диагонали параллелограмма равны.

2) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

3) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

*Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.*

**6.**



В трапеции *АВСD* боковые стороны *AB* и *CD* равны, *СН* — высота, проведённая к большему основанию *AD*. Найдите длину отрезка *HD*, если средняя линия *KM* трапеции равна 16, а меньшее основание *BC* равно 6.

**7.**

На стороне *АС* треугольника *АВС* выбраны точки *D* и *E* так, что отрезки *AD* и *CE* равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки *BD* и *BE* тоже равны. Докажите, что треугольник *АВС* — равнобедренный.

**8.**

Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.

**Система оценивания**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ задания** | **Балл** | **Сумма** |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 |
| 6 | 2 | 2 |
| 7 | 2 | 2 |
| 8 | 3 | 3 |
| Итого: |  | **12** |

0-4б.-«2»

5-7б.-«3»

8-10б.-«4»

11-12б.-«5»

Ответы

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| В1 | 98 | 60 | 33 | 1,5 | 1 | 9 | Задача на доказательство | 6 |
| В2 | 24 | 123 | 42 | 3 | 2 | 10 | Задача на доказательство | 2 |

**Решения**

**Вариант1**

**1.**



На прямой *AB*взята точка *M*. Луч *MD*— биссектриса угла *CMB*. Известно, что ∠*DMC* = 41°. Найдите угол *CMA*. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Поскольку *MD* — биссектриса, ∠*DMB* = ∠*DMC* = 41°. Углы *CMA*, *DMC* и *DMB* вместе составляют развёрнутый угол, откуда ∠*CMA* = 180° − ∠*DMB* − ∠*DMC* = 180° − 41° − 41° = 98°.

Ответ: 98.

**2.**



Центр окружности, описанной около треугольника *ABC*, лежит на стороне *AB*. Найдите угол *ABC*, если угол *BAC*равен 30°. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Известно, что если центр описанной окружности лежит на стороне треугольника, то угол напротив этой стороны — прямой. Таким образом, угол  равен 90°. Таким образом:



Ответ: 60

**3.**



В трапеции *ABCD* известно, что *AD* = 7, *BC* = 5, а её площадь равна 72. Найдите площадь трапеции *BCNM*, где *MN* – средняя линия трапеции *ABCD*.

**Решение.**



Проведём высоту  Средняя линия равна полусумме оснований:  Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:



Поскольку  — средняя линия,  поэтому  Отрезки  и  равны,  по теореме Фалеса получаем, что  Найдём площадь трапеции 



Ответ: 33.

**4.**



Найдите тангенс угла , изображённого на рисунке.

**Решение.**

Опустим перпендикуляр из точки *B* на прямую *AO* для получения прямоугольного треугольника. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему: 

Ответ: 1,5.

**5.**

Какое из следующих утверждений верно?

1) Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам.

2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.

3) Любой параллелограмм можно вписать в окружность.

**Решение.**

Проверим каждое из утверждений.

1) «Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам.» — *верно*, по теореме о сумме углов выпуклого многоугольника сумма углов *n*-угольника равна 180°(*n* − 2). Следовательно, сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам.

2) «Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.» — *неверно*, Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.

3) «Любой параллелограмм можно вписать в окружность.» — *неверно*, в окружность можно вписать только четырёхугольник, сумма противоположенных углов которого равна 180°.

Ответ: 1.

**6.**

Основания трапеции равны 16 и 34. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

**Решение.**



Пусть в трапеции *ABCD* с основаниями *BC* = 16 и *AD* = 34. Обозначим середину диагонали *AC* через *N*, середину диагонали *BD* через *M*, а середину стороны *CD* через *K*.

Тогда*NK* — средняя линия треугольника *ACD*, *MK* — средняя линия треугольника *BCD*. Длина средней линии треугольника равна половине стороны, параллельной ей, то есть *MK* = *BC*/2 = 8, *NK* = *AD*/2 = 17. Значит, точки *N*, *M* и *K* лежат на одной прямой, и *NM* = *NK* − *MK* = 9.

Ответ: 9.

**7.**

В остроугольном треугольнике *ABC* проведены высоты  и  Докажите, что углы  и  равны.

**Решение.**

Треугольники  и  имеют общую гипотенузу . Поэтому точки  лежат на одной окружности. Углы  и  опираются на одну дугу, и поэтому равны.

**8.**

Медиана *BM* треугольника *ABC* равна 3 и является диаметром окружности, пересекающей сторону *BC* в её середине. Найдите диаметр описанной окружности треугольника *ABC*.

**Решение.**

Введём обозначения, как показано на рисунке. Рассмотрим треугольник  — он равнобедренный, следовательно, . Аналогично в треугольнике  имеем:  Теперь рассмотрим треугольник : сумма его углов равна 180°, поэтому



Поскольку кроме этого  имеем:



Рассмотрим треугольники  и  они прямоугольные, имеют общий катет и  равно  следовательно, эти треугольники равны, а значит, .

Точка  отстоит на равное расстояние от всех трёх вершин треугольника, , следовательно, точка  — центр окружности, описанной около треугольника . Диаметр описанной окружности 

Ответ: 6.

**Вариант2**

**1.**



В треугольнике  известно, что ,  — биссектриса. Найдите угол . Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Поскольку  — биссектриса, .

Ответ: 24

**2.**

В угол C величиной 57° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках *A* и *B*, точка *O* - центр окружности. Найдите угол *AOB*. Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Радиус окружности перпендикулярен касательной в точке касания, поэтому углы *CAO* и *OBC* равны 90°. Сумма углов четырёхугольника равна 360°, откуда:

∠*AOB* = 360° −∠*CAO* − ∠*OBC* − ∠*ACB* = 360° − 90° − 90° − 57° = 123°.

Ответ: 123.

**3.**

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

**Решение.**

Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:



Ответ: 42.

**4.**



Найдите тангенс угла , изображённого на рисунке.

**Решение.**

Опустим перпендикуляр из точки *B* на прямую *AO* для получения прямоугольного треугольника. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему: 

Ответ: 3.

**5.**

Какое из следующих утверждений верно?

1) Диагонали параллелограмма равны.

2) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

3) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

*Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.*

**Решение.**

Проверим каждое из утверждений.

1) «Диагонали параллелограмма равны» — *неверно*, если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник, т. е. не у каждого параллелограмма диагонали равны.

2) «Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.» — *верно*, ромб — частный случай параллелограмма, а площадь параллелограмма равна *a · h*.

3) «Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны» — *неверно*, нет такого признака равенства треугольников.

Ответ: 2.

**6.**



В трапеции *АВСD* боковые стороны *AB* и *CD* равны, *СН* — высота, проведённая к большему основанию *AD*. Найдите длину отрезка *HD*, если средняя линия *KM* трапеции равна 16, а меньшее основание *BC* равно 6.

**Решение.**

В трапеции средняя линия равна полусумме оснований, поэтому можем найти большее основание  зная  и 





Проведём в трапеции вторую высоту  Трапеция равнобедренная, поэтому  Рассмотрим два треугольника:  и , они прямоугольные, имеют равные углы и  равно  следовательно, эти треугольники равны. Таким образом, равны отрезки  и 

Также рассмотрим четырёхугольник , все углы в нём — прямые, следовательно, это прямоугольник, значит, 

Теперь найдём длину отрезка 



Ответ: 10.

**7.**

На стороне *АС* треугольника *АВС* выбраны точки *D* и *E* так, что отрезки *AD* и *CE* равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки *BD* и *BE* тоже равны. Докажите, что треугольник *АВС* — равнобедренный.

**Решение.**

Так как по условию  то треугольник  является равнобедренным. Пусть угол при основании этого треугольника равен *x,*тогда  Треугольники  и  равны по двум сторонам и углу между ними, поэтому  и треугольник  —равнобедренный.

**8.**

Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.

**Решение.**

Стороны треугольника, вершинами которого является центры этих трёх окружностей, равны 5, 12 и 13. Поскольку  , этот треугольник прямоугольный. Площадь этого треугольника равна 30. В то же время, она равна произведению радиуса вписанной окружности на полупериметр. Значит, искомый радиус равен .

Ответ: 2.