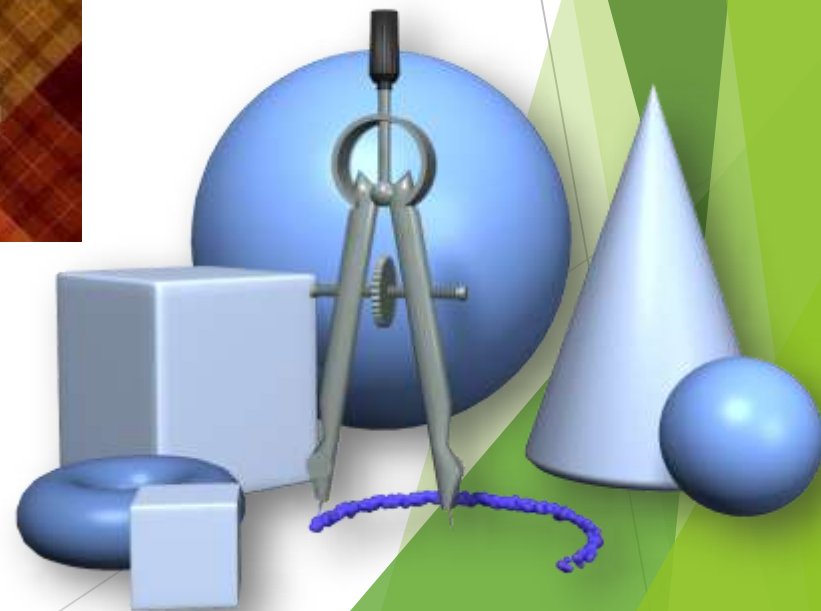
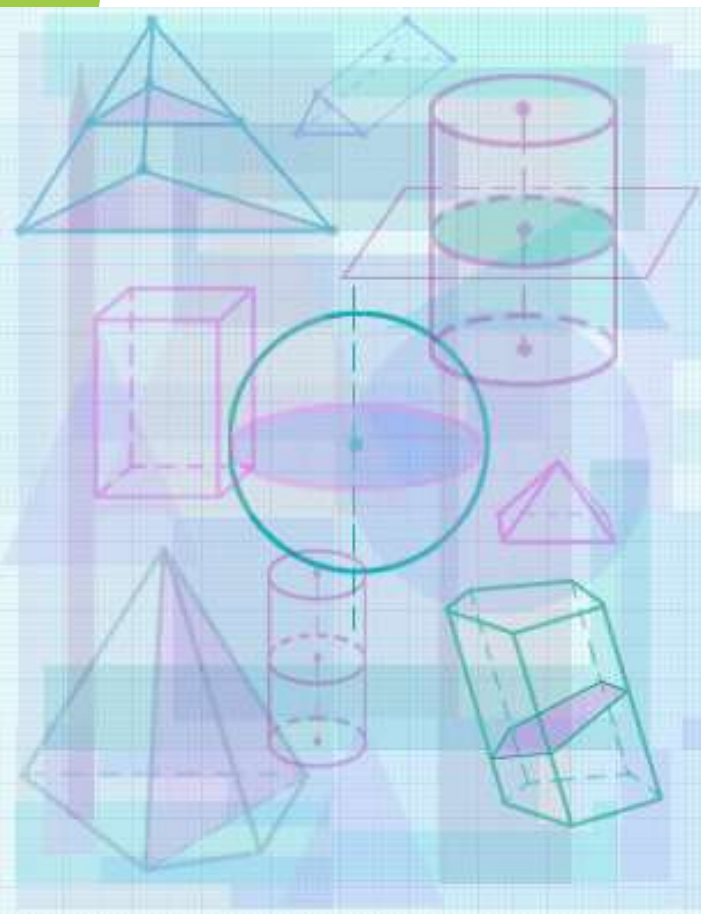


Основные понятия стереометрии.



- Вспомните, что такое геометрия?

Геометрия – это наука о свойствах геометрических фигур.

Геометрия – от двух греч. слов: $\text{geo}(\eta \gamma\eta)$ – земля, $\text{metreo}(\mu\acute{\epsilon}\tau\rho o)$ – измеряю.

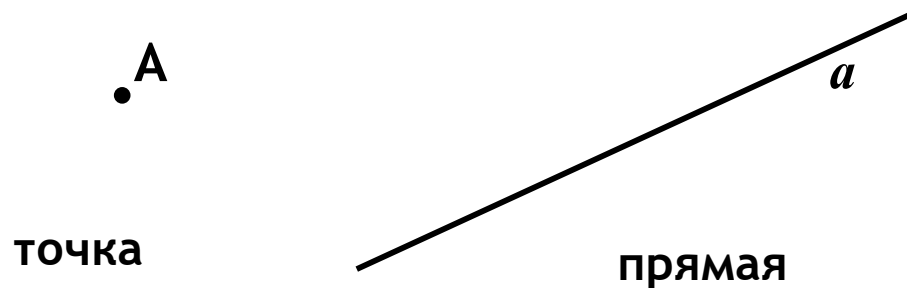
- Что такое планиметрия?

Планиметрия – раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур на плоскости.

Планиметрия – от двух слов: лат. planum - плоскость и греч. $\text{metreo}(\mu\acute{\epsilon}\tau\rho o)$ - измеряю.

- Какие основные понятия в планиметрии вы знаете?

Основные понятия планиметрии:



Геометрия



```
graph TD; A[Геометрия] --> B[Планиметрия]; A --> C[Стереометрия];
```

Планиметрия

Стереометрия

Греч. **stereos** (στερεο) - телесный, твердый, объёмный, пространственный, **metreo** (μέτρο) – измеряю.

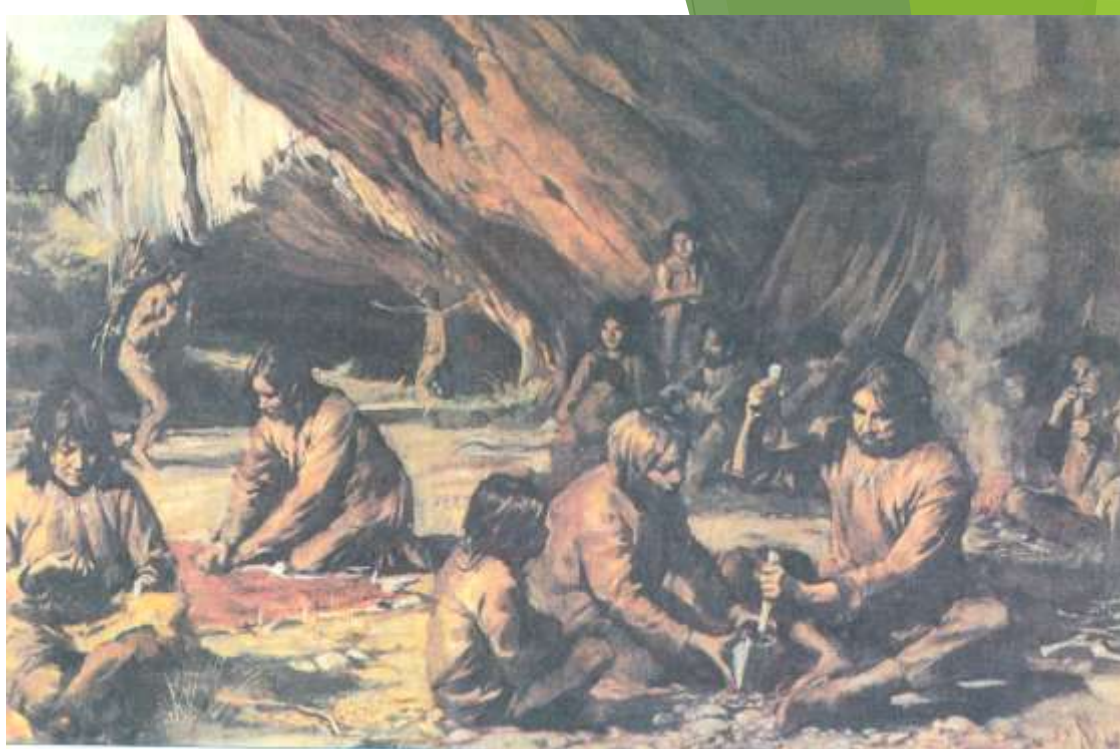
Стереометрия

- это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.

Возникновение и развитие стереометрии.

- ▶ Развитие стереометрии началось позднее планиметрии, но также в глубокой древности.
- ▶ Стереометрия развивалась из наблюдений и решений вопросов, которые возникали в процессе практической деятельности человека: построение зданий и средств передвижения, рытьё каналов; изучение небесной сферы, сбор урожая...

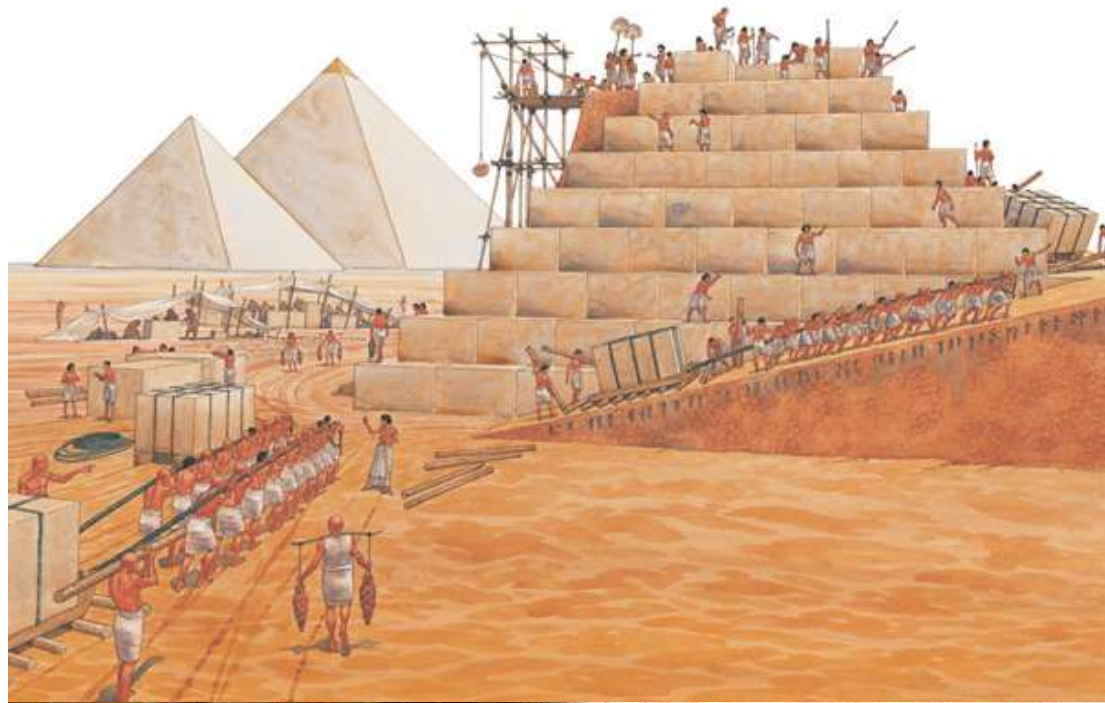
Уже первобытный человек, перейдя от охоты к земледелию, делал попытки оценивать, хотя бы в общих чертах, размер собранного им урожая по массам злаковых растений, сложенного в кучи, копны или скирды; или массу зёрен, необходимых для следующего посева.





Строитель даже самых древних примитивных построек должен был как-то учитывать материал, которым он располагал, и уметь подсчитать, сколько материала потребуется для возведения той или иной постройки.

Строительство у древних египтян и жителей Месопотамии требовало знакомства с метрическими свойствами простейших пространственных геометрических тел.





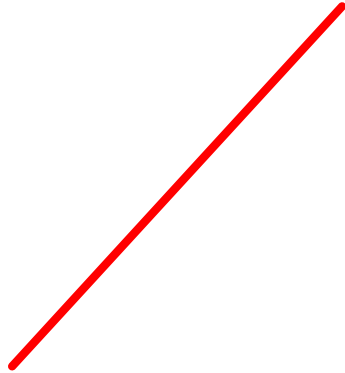
Потребность земледелия, мореплавания, ориентировки во времени толкали людей к астрономическим наблюдениям, а последние – к изучению свойств сферы и её частей, а следовательно и законов взаимного расположения плоскостей и линий в пространстве.

Основные фигуры в пространстве.

Точка



Прямая



Плоскость представляем как геометрическую фигуру, простирающуюся неограниченно во все стороны.



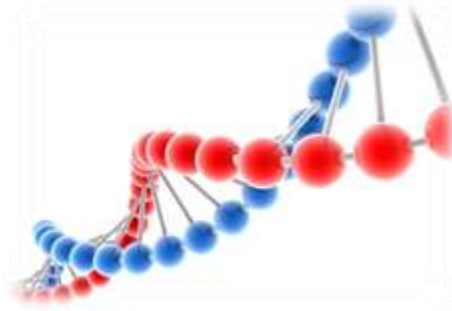
Обозначение точек.

Точки обозначаются прописными латинскими буквами A, B, C, ...



Примерами моделей точек являются:

атомы и молекулы



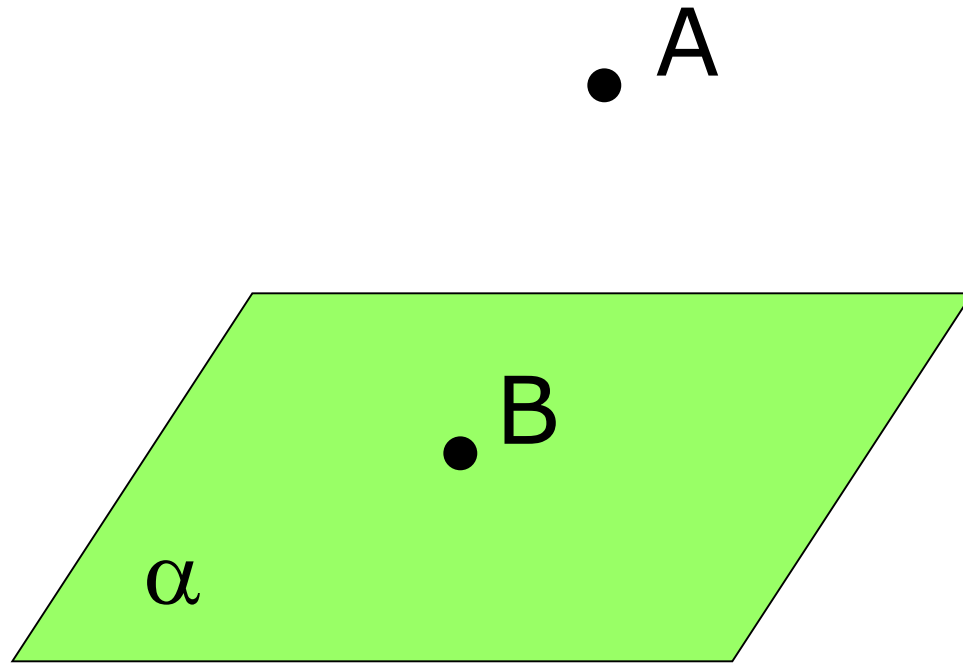
планеты в масштабах вселенной



капли дождя



Обозначения принадлежности. Точка и плоскость

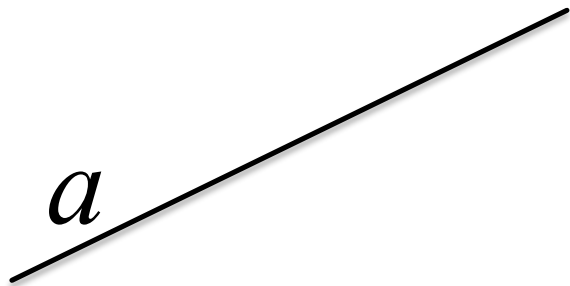


$$A \notin \alpha$$

$$B \in \alpha$$

Обозначение прямых.

- ▶ Прямые обозначаются:
- ▶ строчными латинскими буквами $a, b, c, d, e, k, \dots$



- ▶ двумя заглавными латинскими буквами $AB, CD, \dots$



Примеры моделей прямых.

инверсионные следы самолетов



рельсы

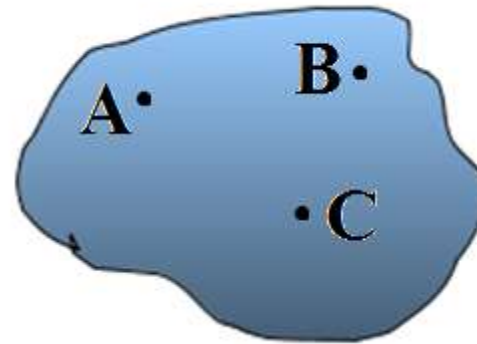


метеорные потоки



Обозначение плоскостей.

Плоскости обозначаются греческими буквами α , β , γ ,...или прописными латинскими: ABC или (ABC)...



(ABC)

Примеры моделей плоскостей.

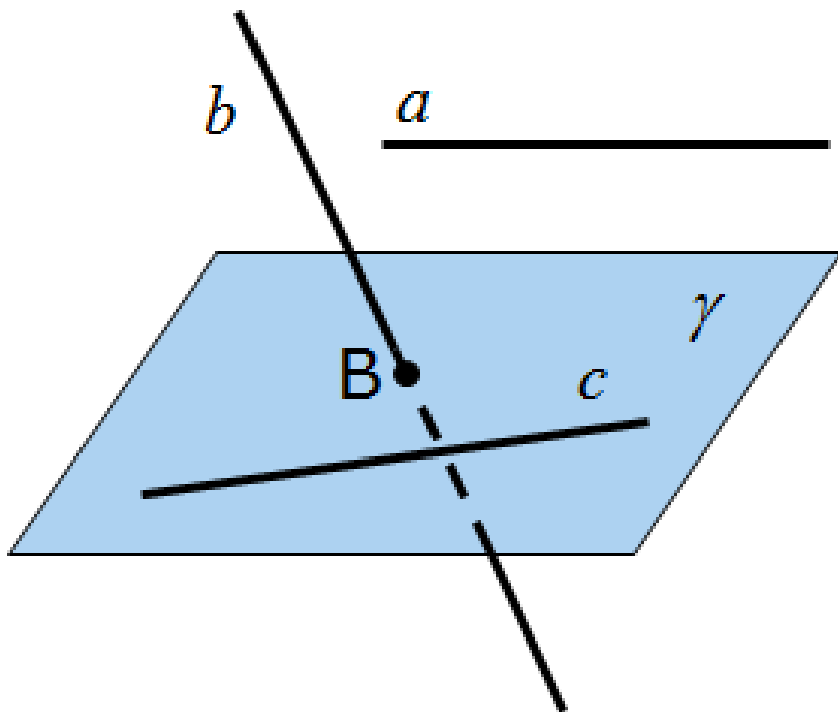
поверхность воды



поверхность стола



Обозначения. Прямая и плоскость.

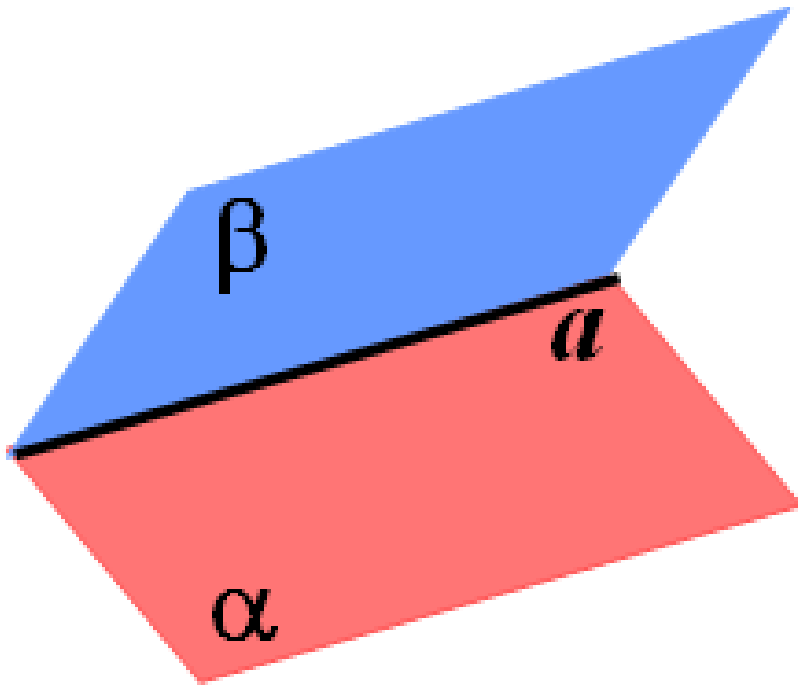


$$c \in \gamma \text{ или } c \subset \gamma$$

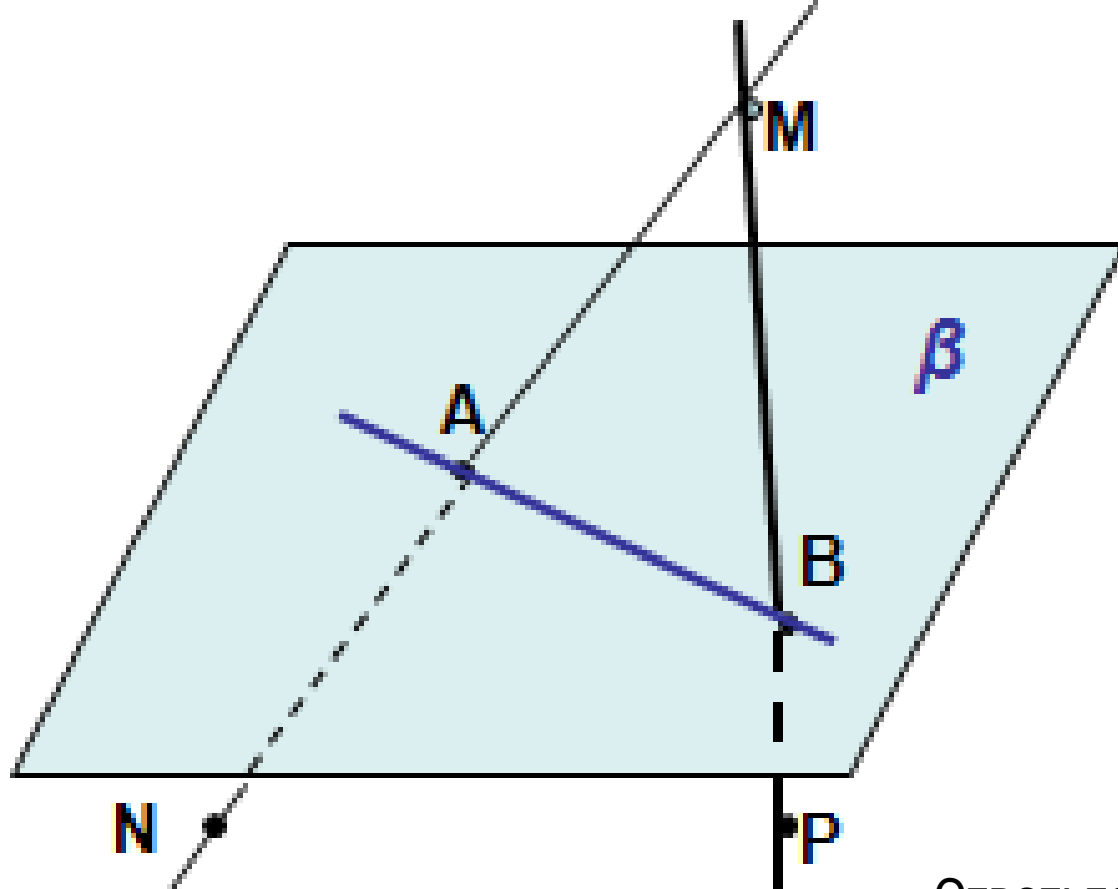
$$b \cap \gamma = B$$

$$a \notin \gamma \text{ или } a \not\subset \gamma$$

Обозначения. Плоскости.



$$\alpha \cap \beta = a$$



Ответьте на вопросы по рисунку:

1. Назовите точки, лежащие в плоскости β ; не лежащие в плоскости β .
2. Назовите прямые, лежащие в плоскости β ; не лежащие в плоскости β .
3. Назовите плоскость, которая пересекается с плоскостью β .

Что еще изучает стереометрия?

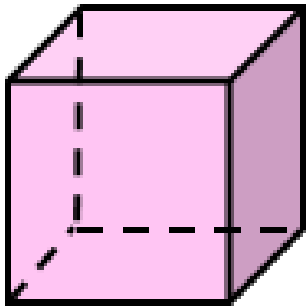
Наряду с точкой,
прямой и
плоскостью
стереометрия
изучает
геометрические
тела и их
свойства.



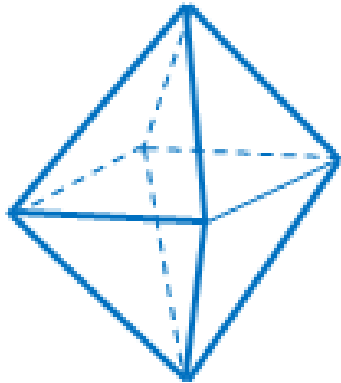
Что общего в этих геометрических телах?

Как можно их назвать одним словом?

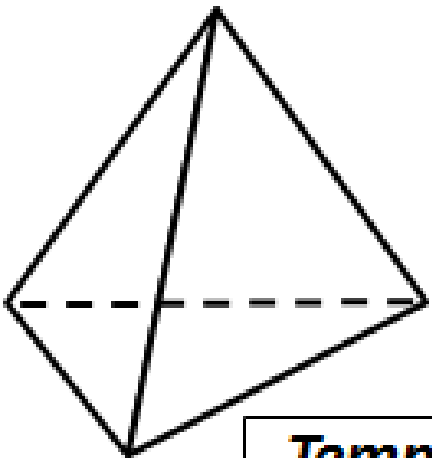
Это многогранники.



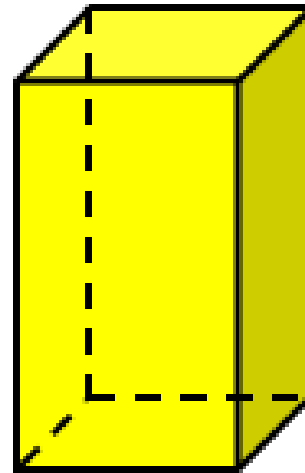
Куб



Октаэдр



Тетраэдр



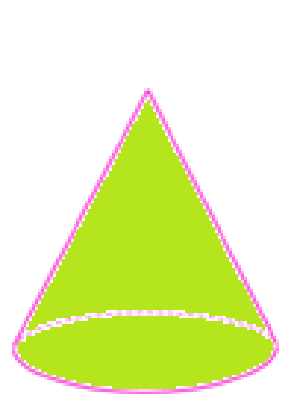
Параллелепипед

Что общего в этих геометрических телах?

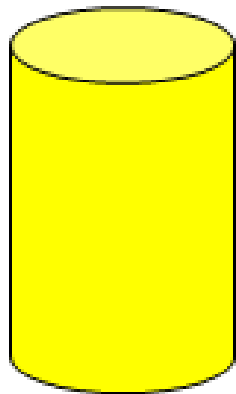
Как можно их назвать общим термином?

(Подумайте, как можно получить эти тела из плоских геометрических фигур.)

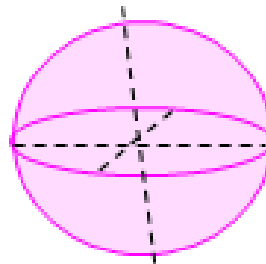
Это тела вращения.



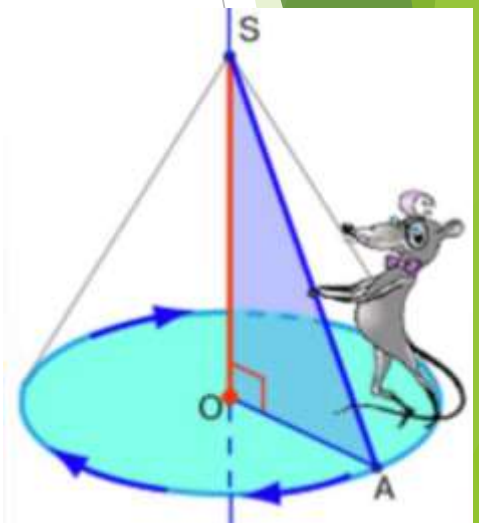
Конус



Цилиндр



Шар



Окружающие нас предметы и геометрические тела.

Окружающие нас предметы дают представления о геометрических телах. А изучая свойства геометрических фигур – воображаемых объектов, мы получаем сведения о геометрических свойствах реальных предметов и можем использовать эти свойства в практической деятельности.



Кристалл -
многогранник



жестяная банка -
цилиндр



мяч - шар



стаканчик
мороженого - конус

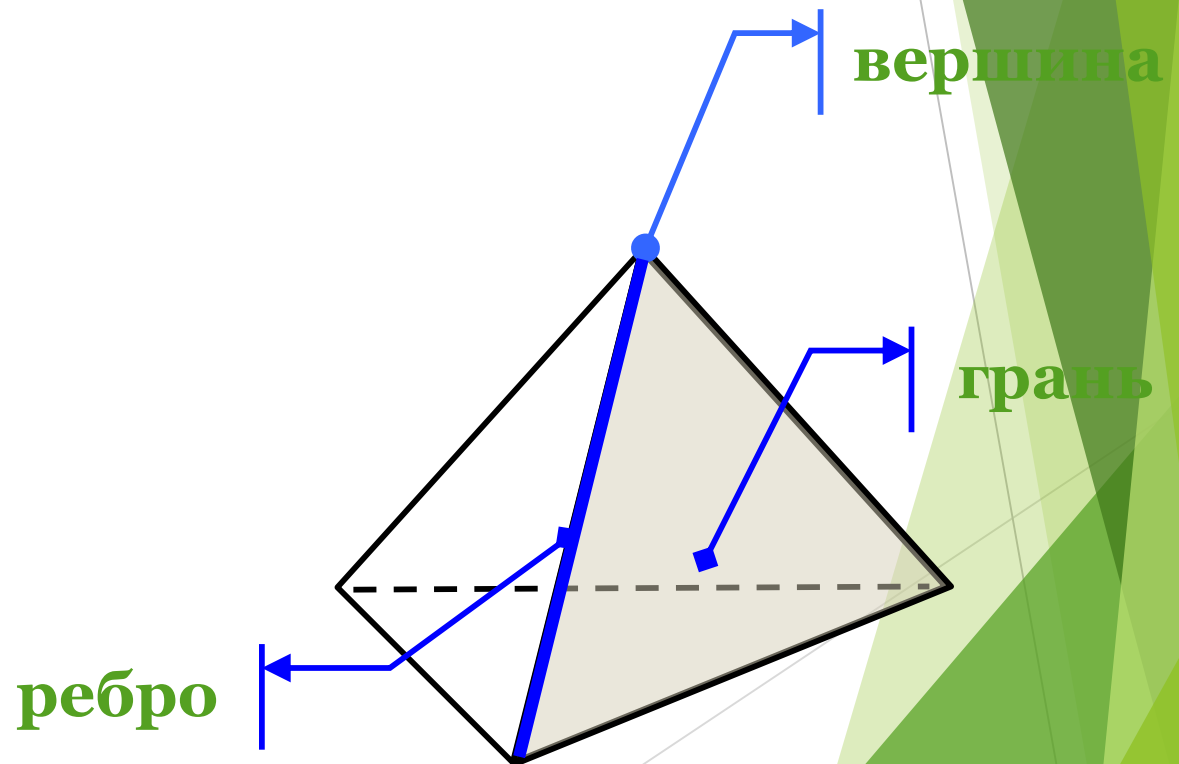
Назовите какие геометрические тела вам напоминают предметы, изображенные на этих рисунках:



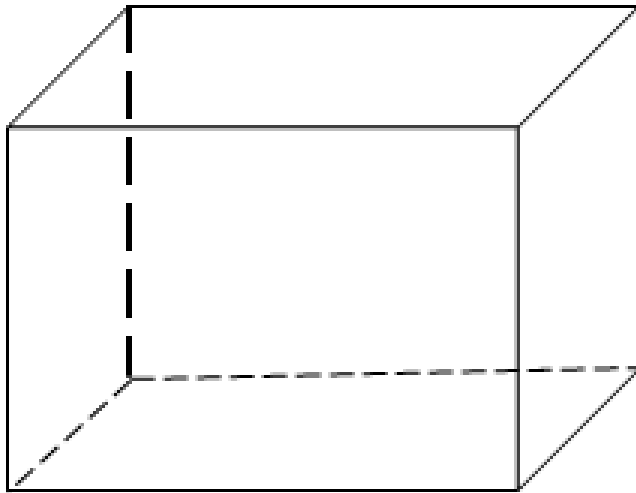
Назовите предметы из окружающей вас классной комнаты напоминающие вам геометрические тела.

Геометрические понятия в многогранниках.

- Плоскость – грань
- Прямая – ребро
- Точка – вершина

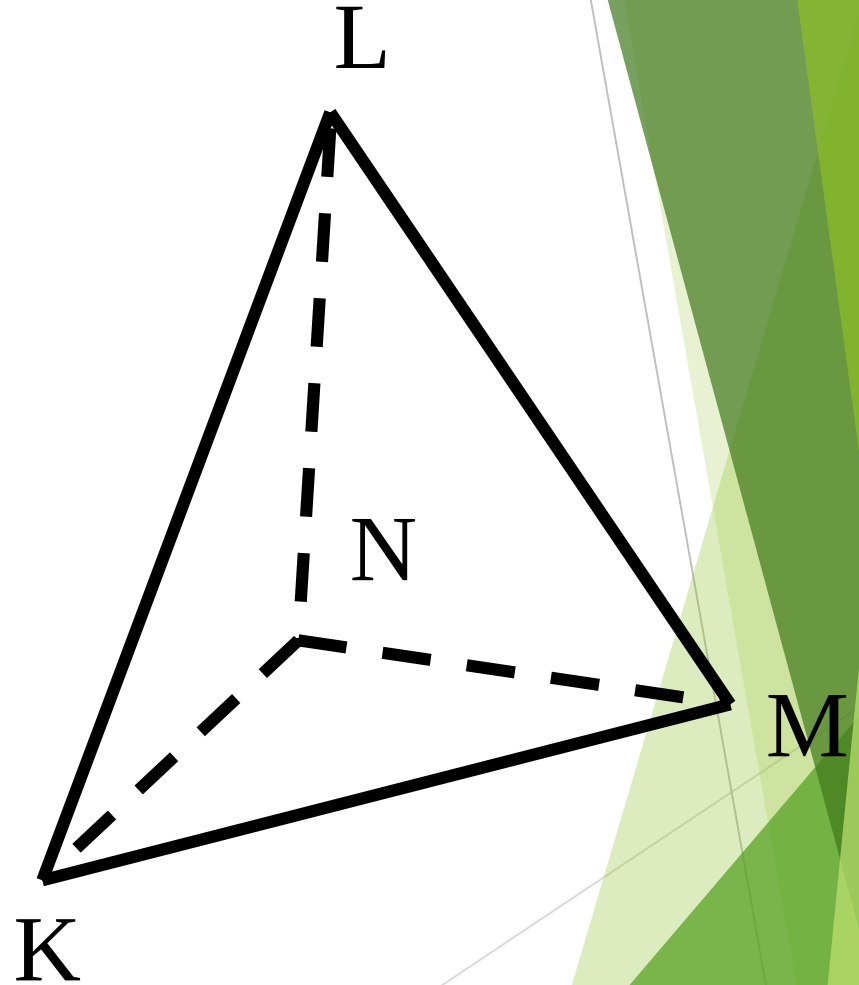
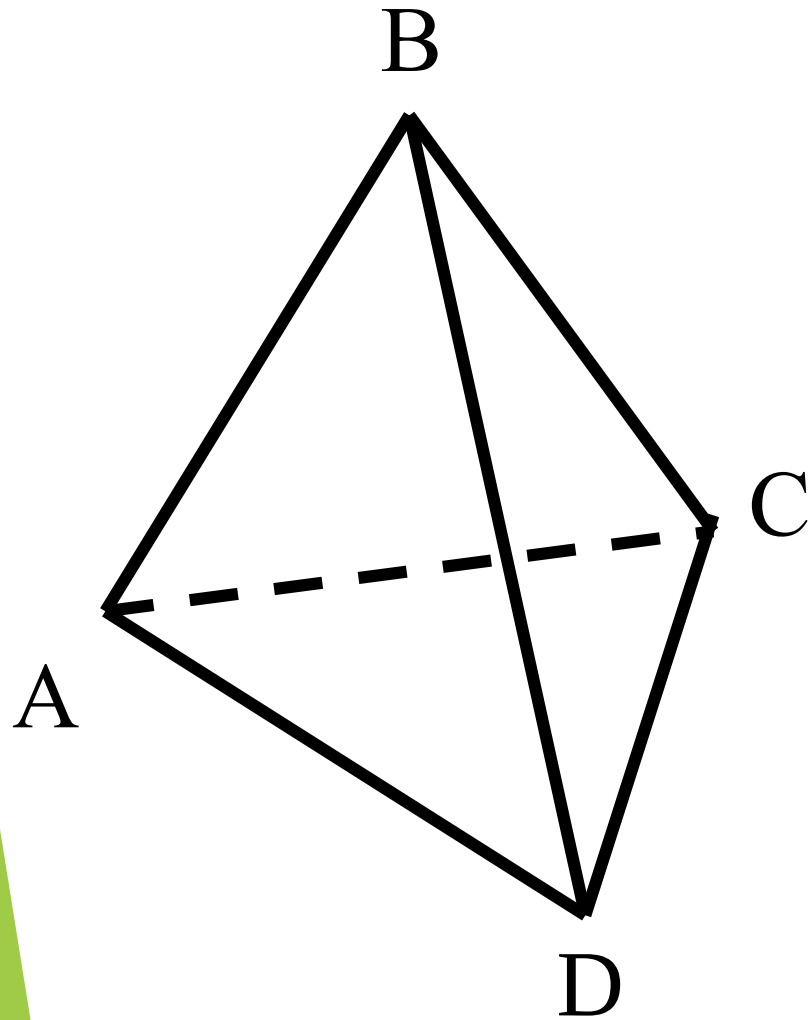


Изображения геометрических тел на чертежах.

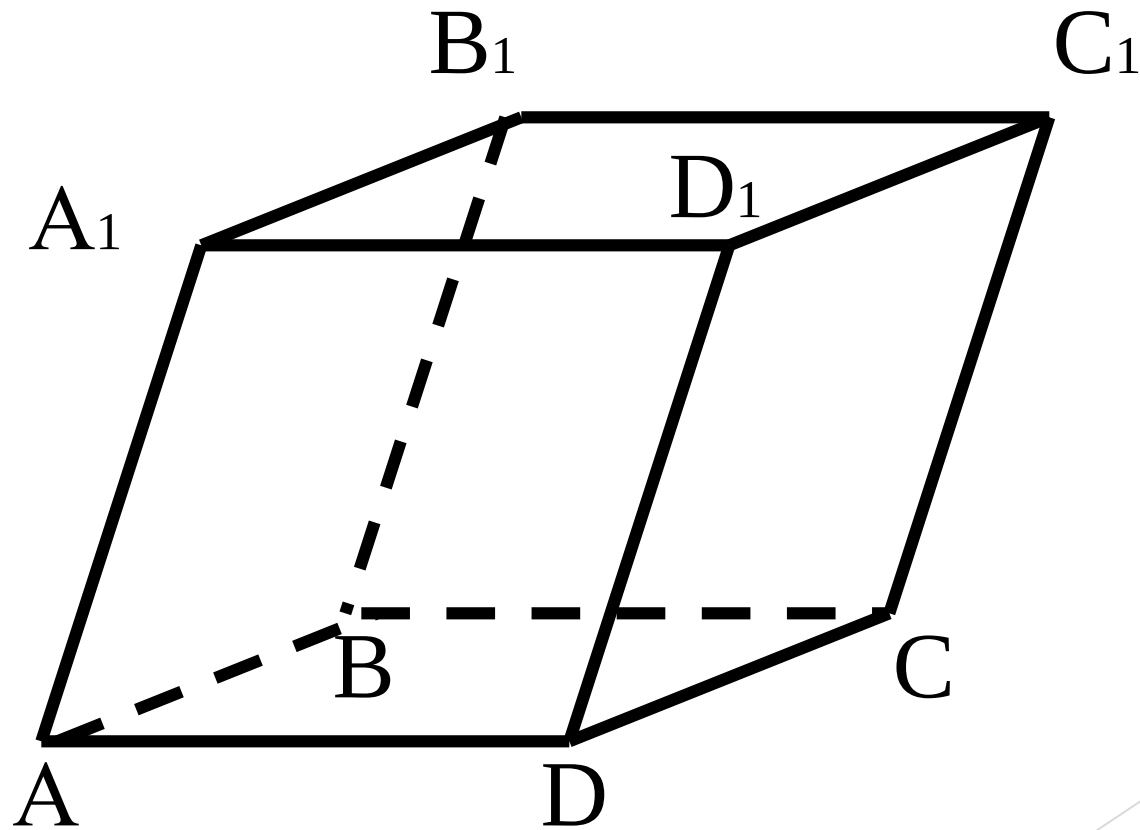


- ▶ Изображением пространственной фигуры служит её проекция на ту или иную плоскость.
- ▶ Невидимые части фигуры изображаются штриховыми линиями.

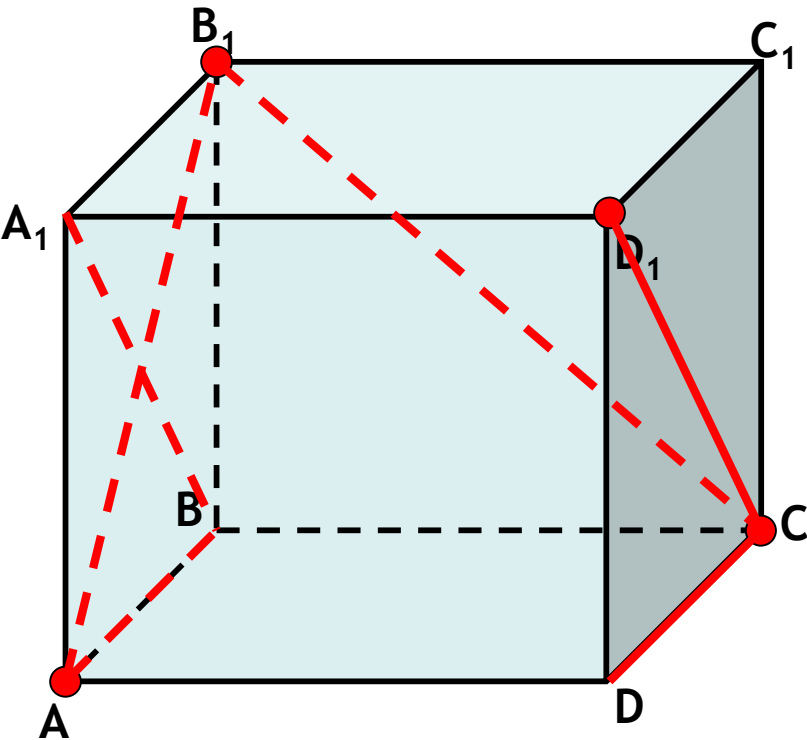
Чертеж треугольной пирамиды
(начинать надо с основания).



Чертеж наклонного параллелепипеда
(начинать также с основания).



Работа в тетради.



1. Начертите в тетради куб (видимые линии – сплошной линией, невидимые – пунктиром).
2. Обозначьте вершины куба заглавными латинскими буквами $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
3. Выделите цветной ручкой (карандашом, фломастером):
 - вершины A, C, B_1, D_1
 - отрезки $AB, CD, B_1 C, D_1 C$
 - диагонали боковой грани $AA_1 B_1 B$
 - (какой фигурой является эта боковая грань?)

Практическое (прикладное) значение стереометрии.

1. Следует помнить, что геометрические тела являются вымышленными объектами.
2. Изучая свойства геометрических фигур, мы получаем представления о геометрических свойствах реальных предметов (их форме, взаимном расположении и т.д.)
3. Стереометрия широко используется в строительном деле, архитектуре, машиностроении и других областях науки и техники.
4. Стереометрические знания широко используются в быту: рассчитать объём, вычислить оптимальную высоту для крыши на даче и т.д.

- Теперь давайте вспомним, что такое аксиома?

Аксиома (от греч. *ахіѡта* ($\alpha\chi\acute{\iota}\omega\mu\alpha$) – принятие положения) – это утверждение о свойствах геометрических фигур, которое принимается в качестве исходных положений без доказательства. На основе аксиом доказываются леммы, теоремы и вообще строится вся геометрия.

- Вот что говорил об аксиомах немецкий философ Фридрих Энгельс:

"Так называемые аксиомы математики – это те немногие мыслительные определения, которые необходимы в математике в качестве исходного пункта».

А Евклиду приписывают слова:

«Если теорему так и не смогли доказать, то она становится аксиомой».

- Аксиомы стереометрии состоят из всех аксиом планиметрии и трёх аксиом стереометрии.

- Давайте вспомним аксиомы планиметрии.

1. Аксиомы взаимного расположения точек и прямых.

- *Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки.*

- *Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой.*

- *Через любые две точки проходит прямая и притом только одна.*

- *Из трех точек прямой одна, и только одна, лежит между двумя другими.*

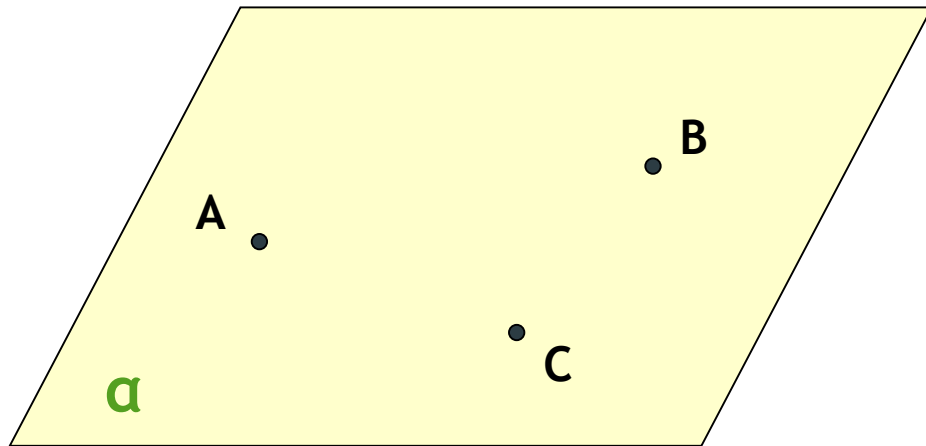
2. Аксиома параллельности.

- *Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.*

3. Существуют и другие аксиомы: аксиомы измерения и откладывания отрезков и углов, аксиомы равенства фигур и т.д.

- Перейдём теперь к аксиомам стереометрии.

Аксиомы стереометрии.



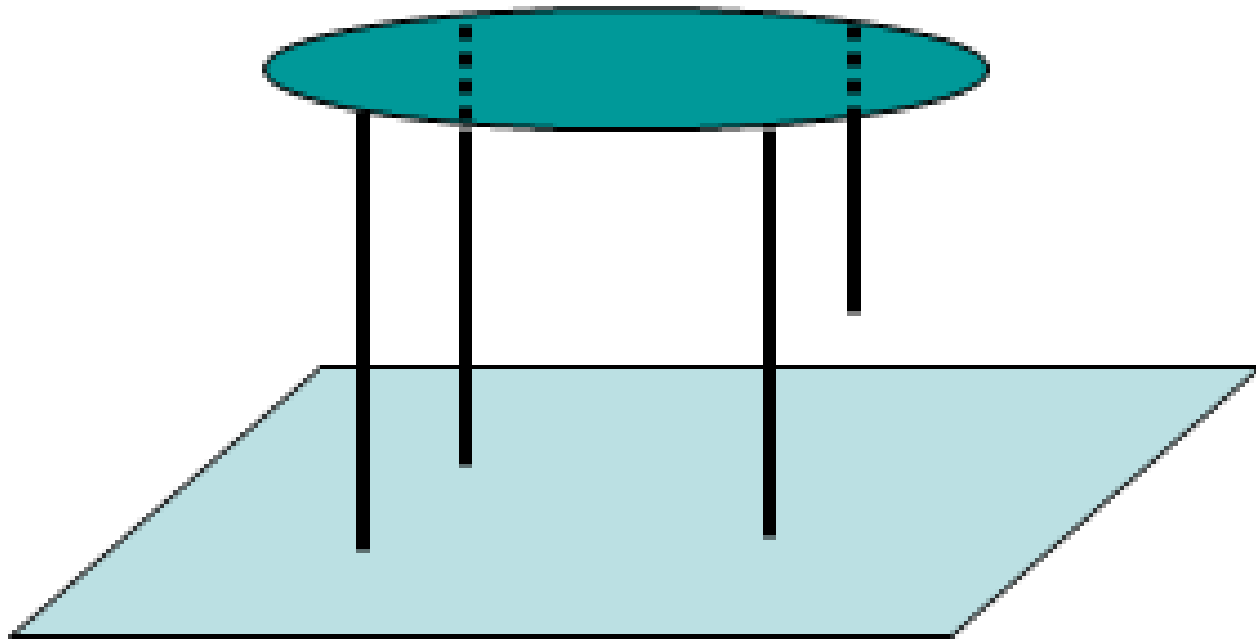
A1 (аксиома способа задания плоскости).

«Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна».

Эту аксиому можно продемонстрировать на простом примере.

Если ножки стола не одинаковы по длине, то стол стоит на трех ножках, т.е. опирается на три «точки», а конец четвертой ножки (четвертая точка) не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.

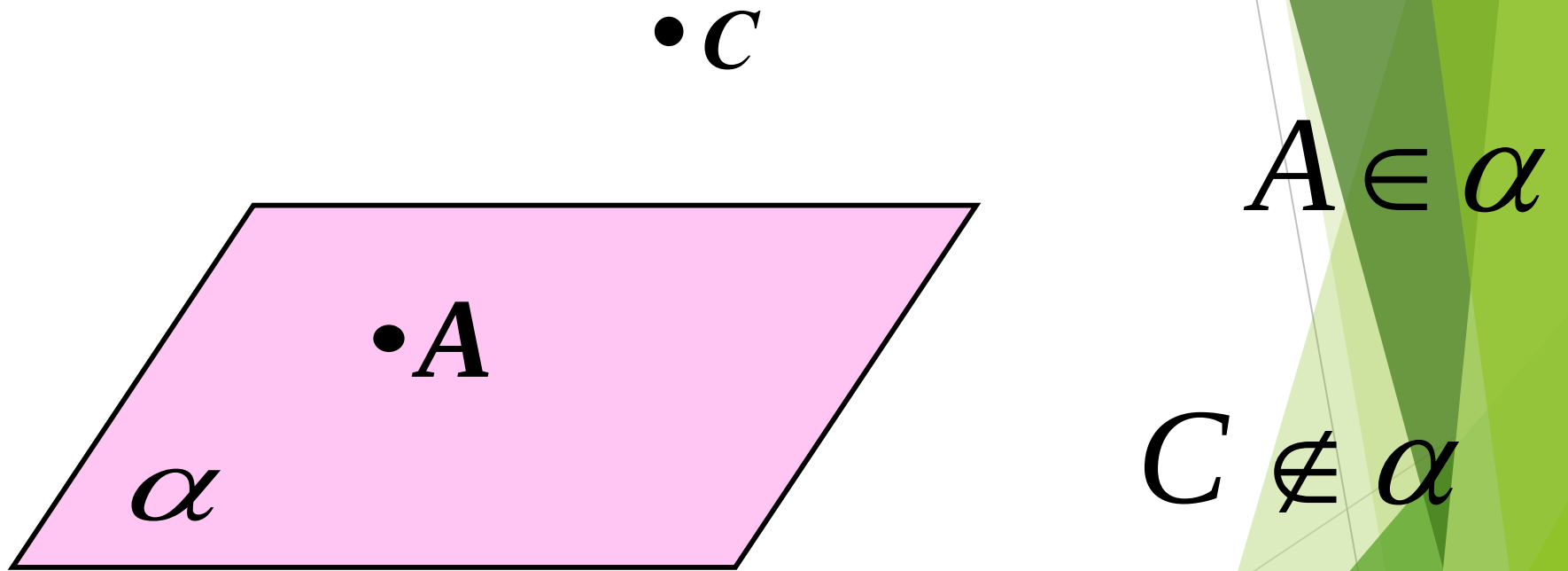
Именно поэтому некоторые декоративные столики делают с тремя ножками. Этого достаточно для устойчивости.



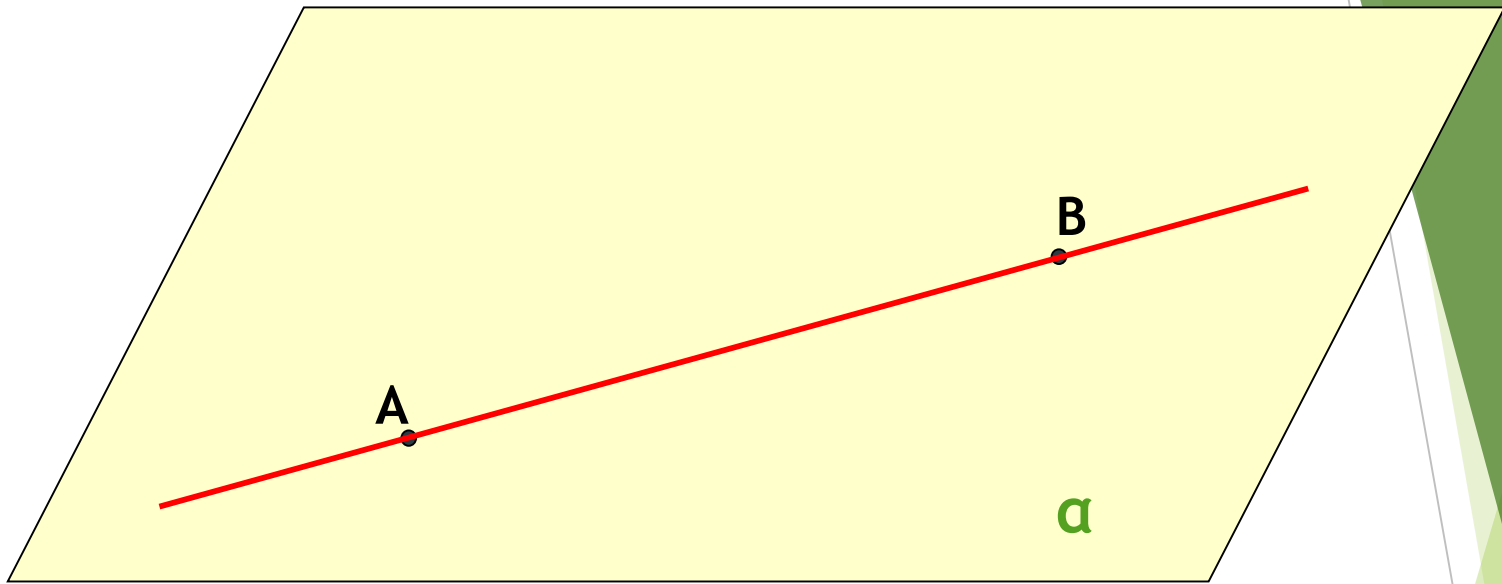
Ответьте на вопрос. Верно ли, что:

- а) любые три точки лежат в одной плоскости;
- б) любые четыре точки лежат в одной плоскости;
- в) любые четыре точки не лежат в одной плоскости;
- г) через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна?
- д) любые три точки не лежат в одной плоскости.

*Прочитайте чертеж и запишите с помощью
символов*

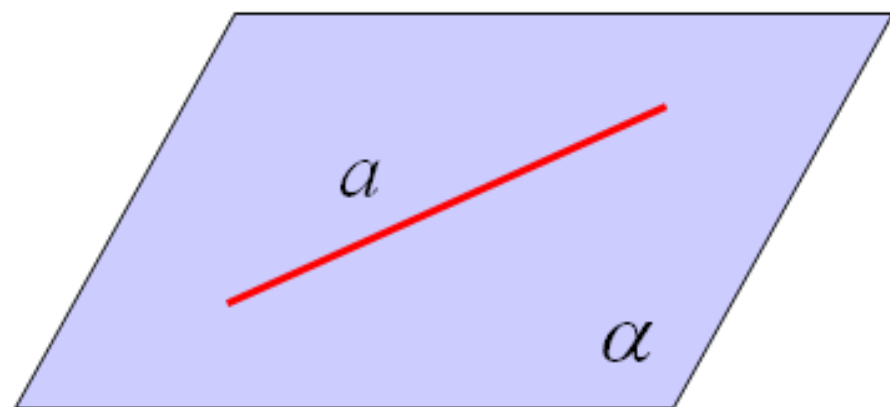


Аксиомы стереометрии.



A2 (аксиома взаимного расположения прямой и плоскости).
«Если две точки прямой лежат в плоскости, то и все точки этой прямой лежат в этой плоскости».

Говорят: прямая лежит в плоскости
или плоскость проходит через прямую.

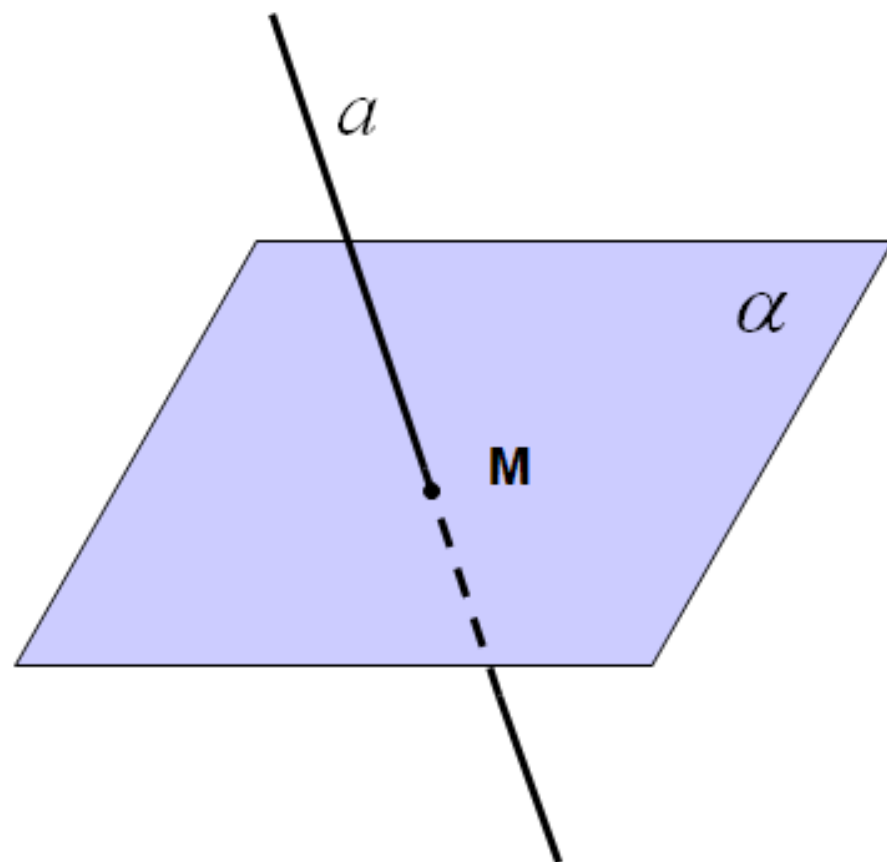


Прямая лежит в плоскости



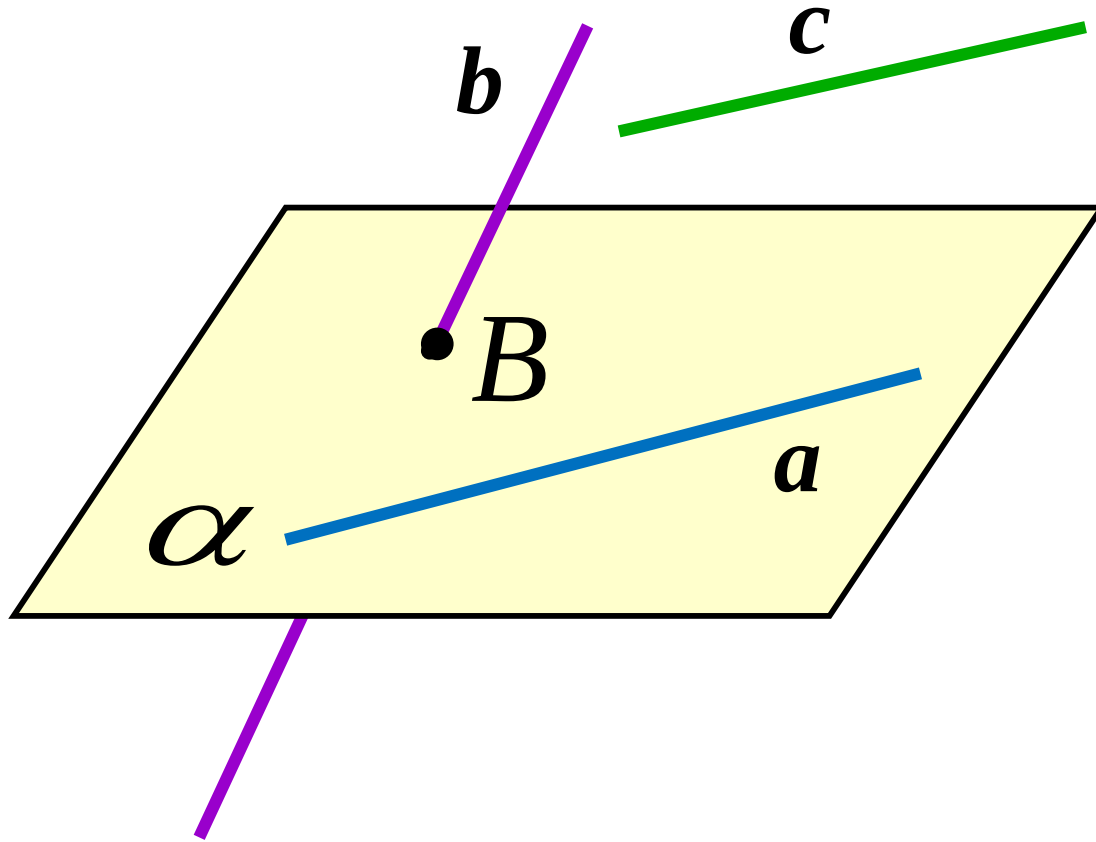
Прямая не лежит в плоскости и не пересекает её

**Сколько общих точек имеют
прямая и плоскость?**



Прямая пересекает плоскость

Прочитайте чертеж и запишите с помощью символов.

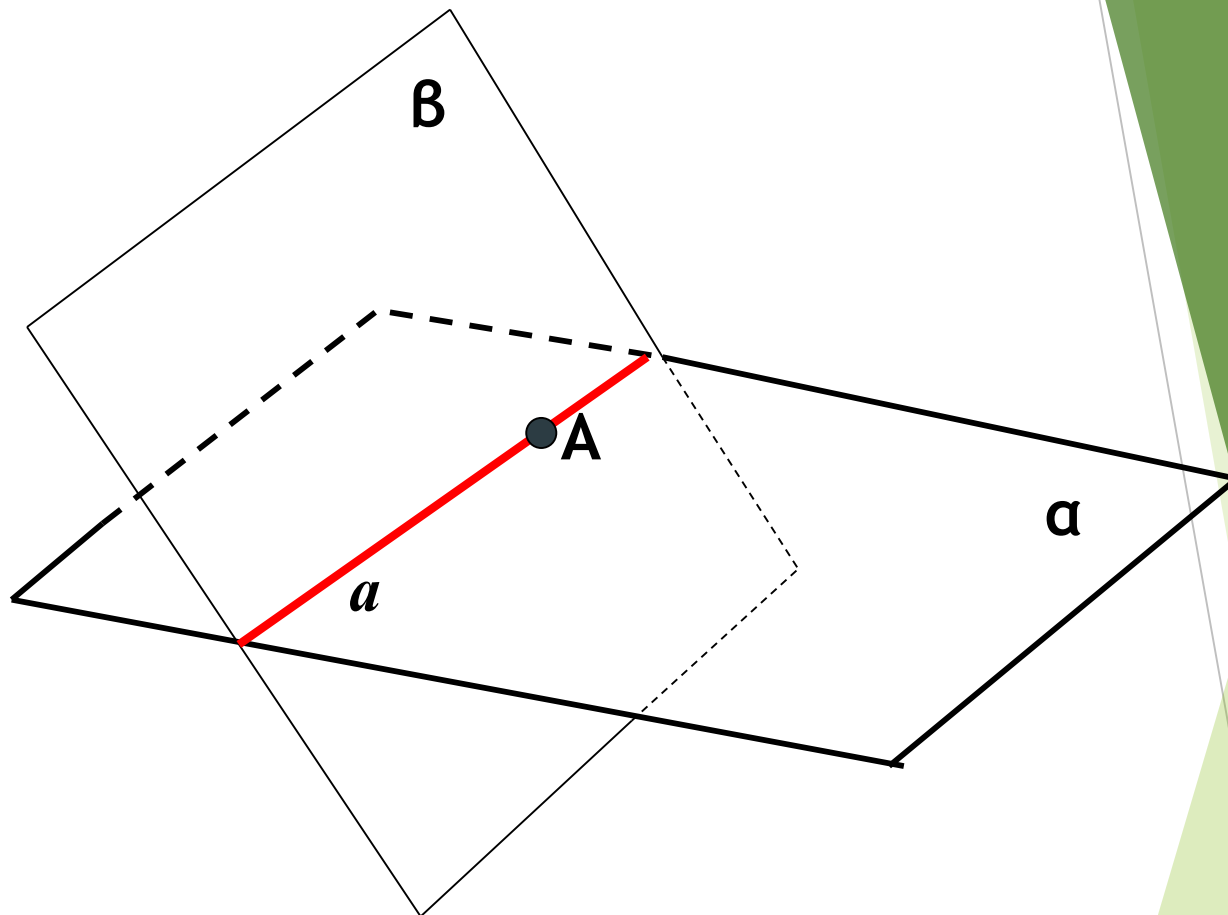


$$a \in \alpha$$

$$b \cap \alpha = B$$

$$c \notin \alpha$$

Аксиомы стереометрии.

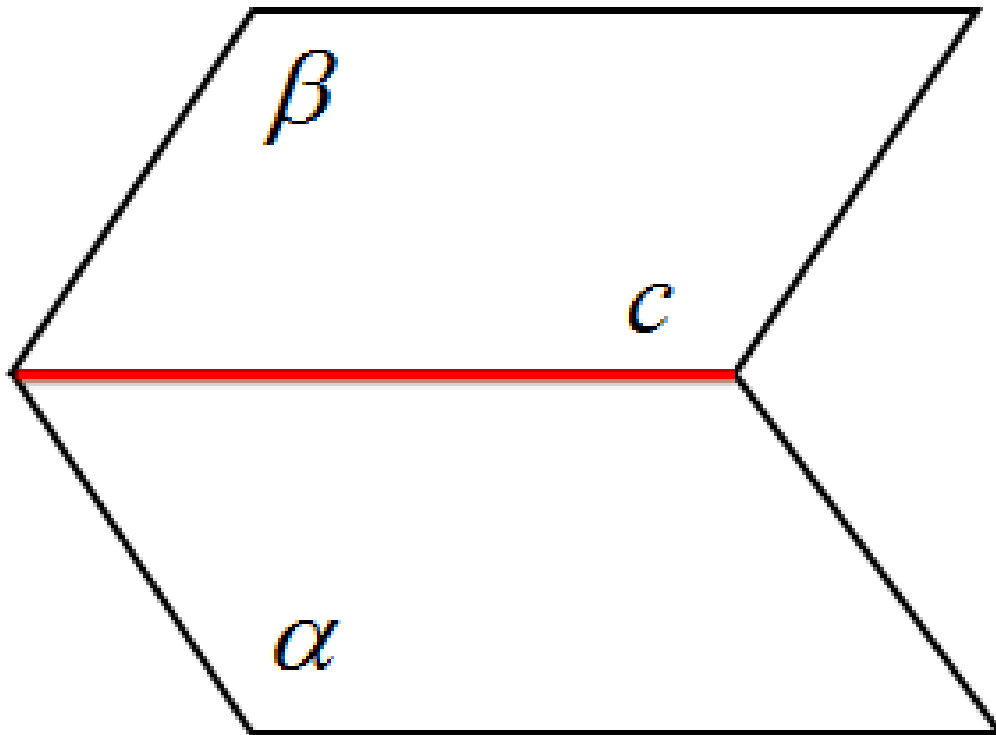


А3 (Аксиома взаимного расположения плоскостей).

«Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей».

Говорят: плоскости пересекаются по прямой.

Прочитайте чертеж и запишите с помощью символов.



$$\alpha \cap \beta = c$$

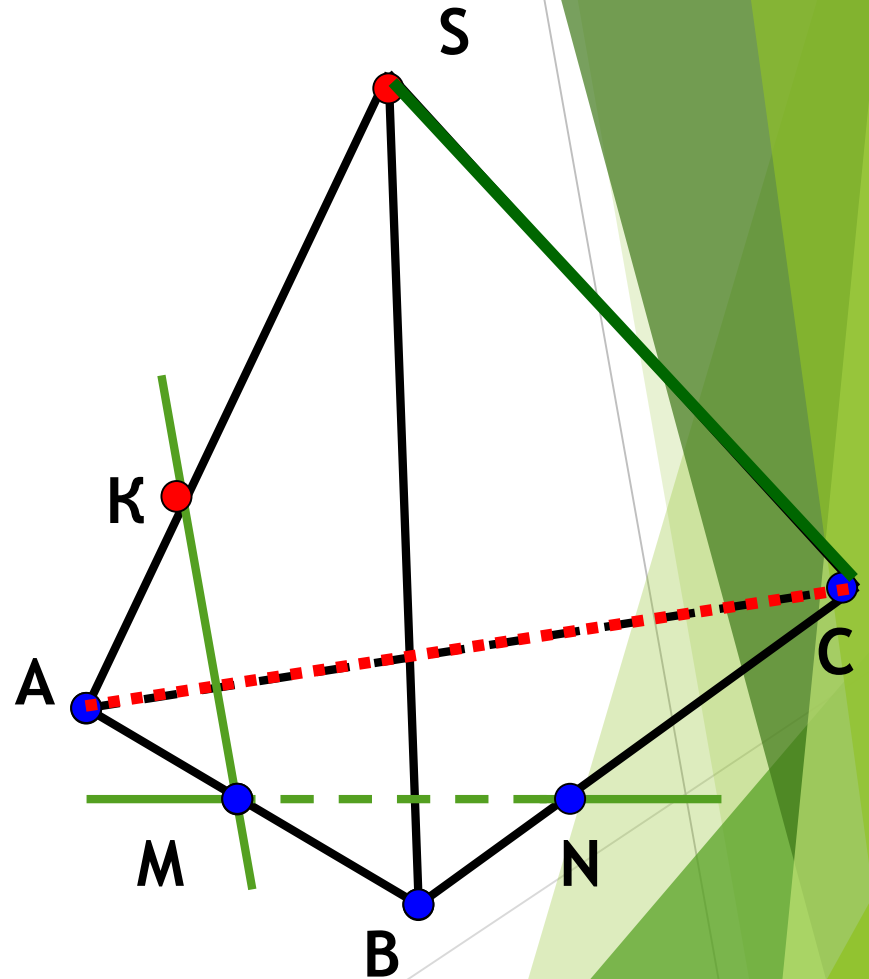
► Пользуясь данным рисунком, назовите:

► а) точки, лежащие в плоскости SAB ,

► в плоскости ABC ;

► б) плоскости, в которых лежат прямая MN , прямая KM ;

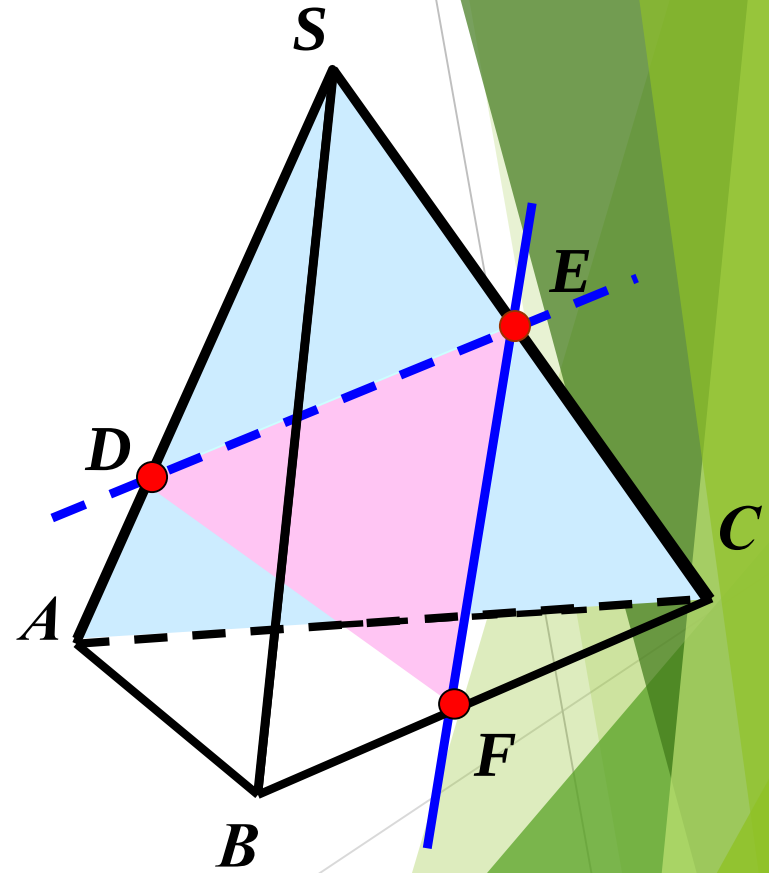
► в) прямую, по которой пересекаются плоскости ASC и SBC , плоскости SAC и CAB .



Пользуясь данным рисунком, назовите:

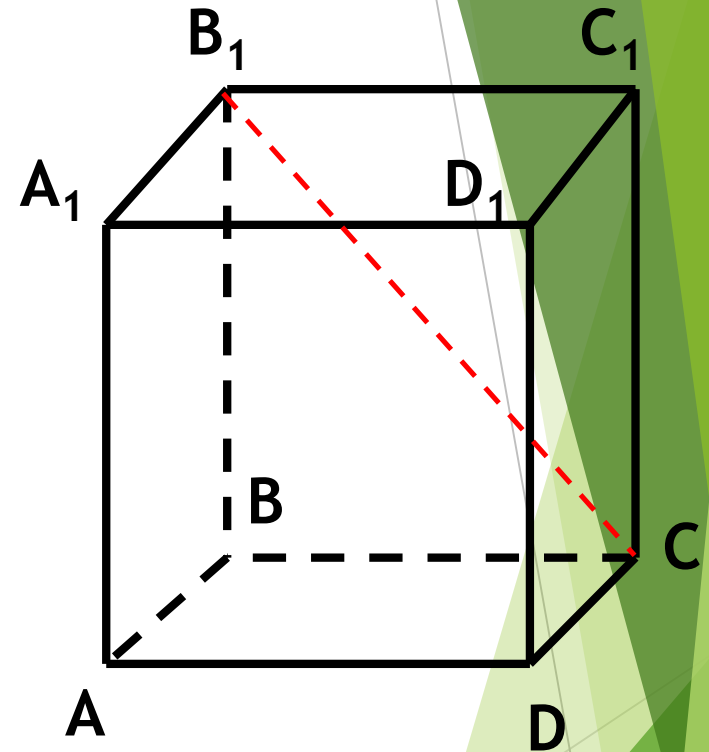
а) две плоскости,
содержащие прямую DE,
прямую EF;

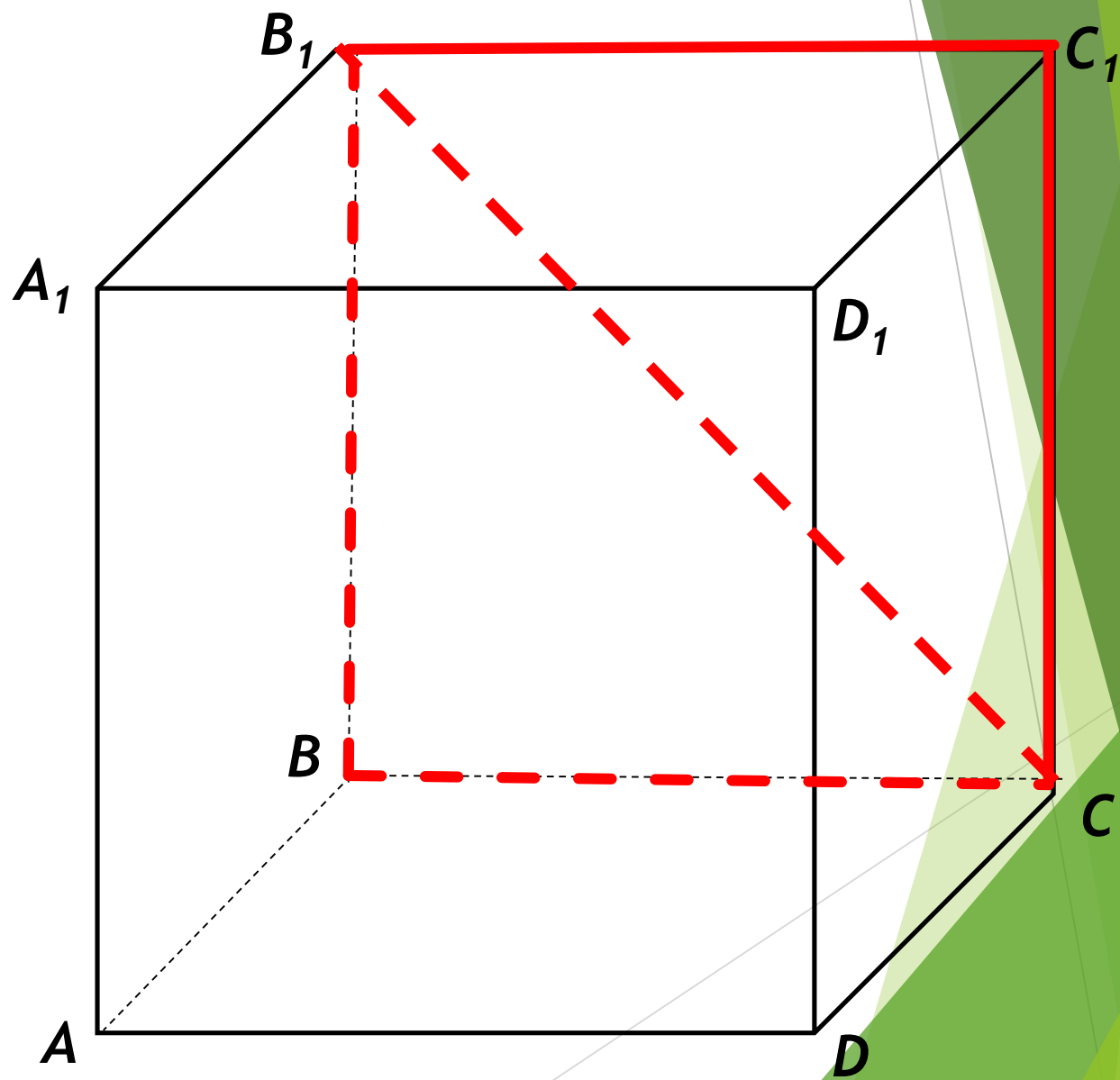
б) прямую, по которой пересекаются плоскости DEF и SBC;
плоскости FDE и SAC.

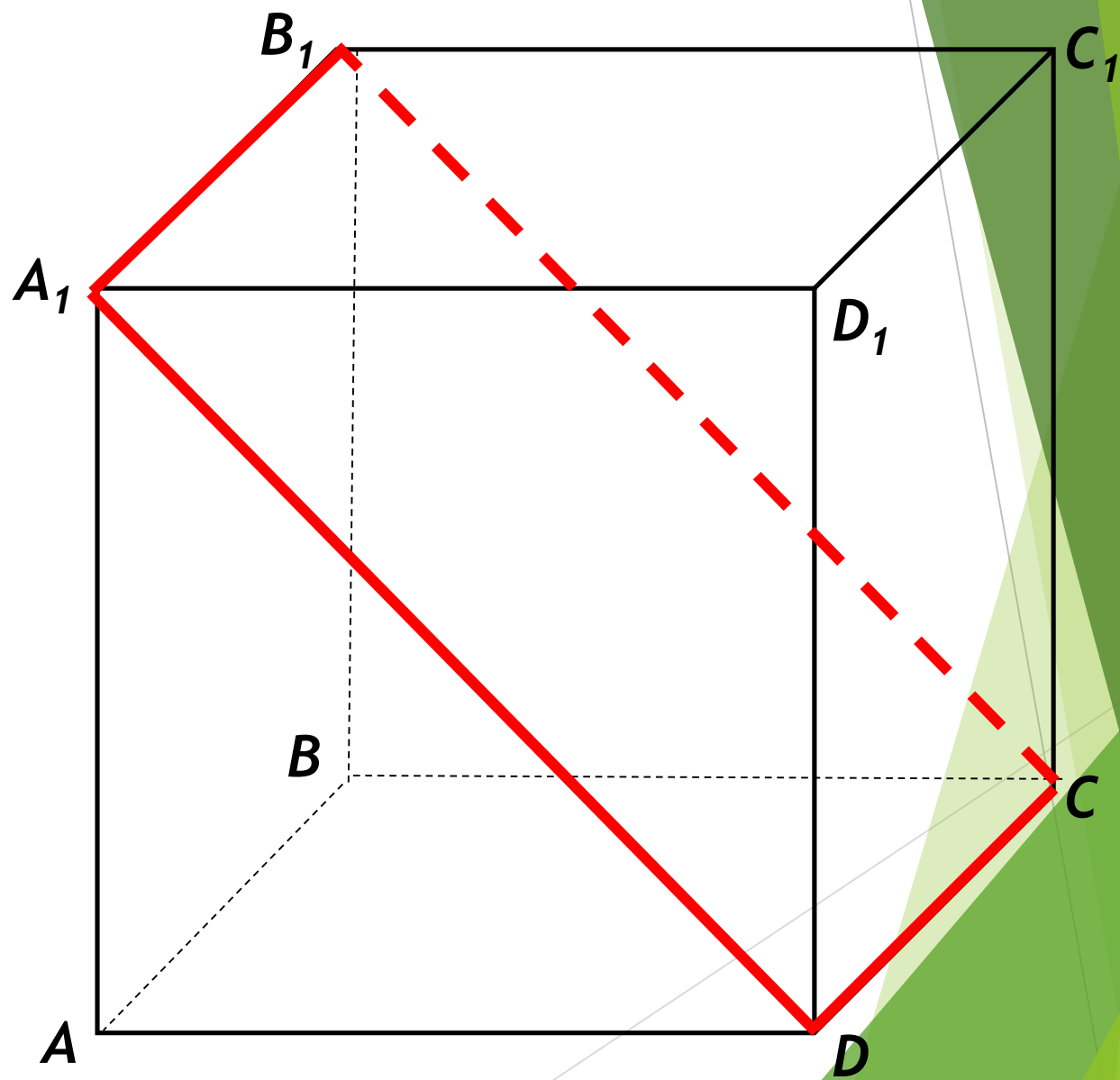


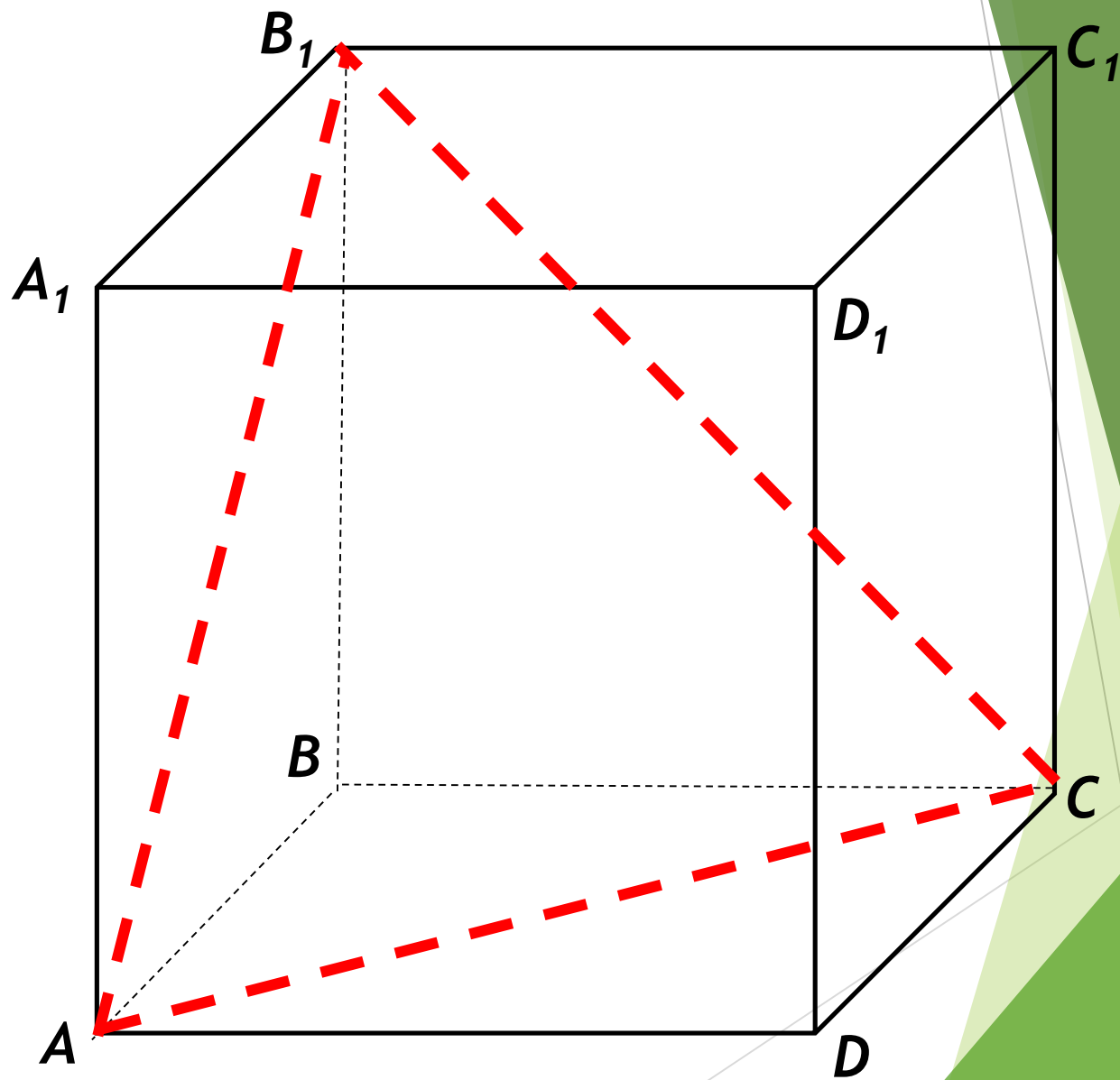
► Пользуясь данным рисунком, назовите:

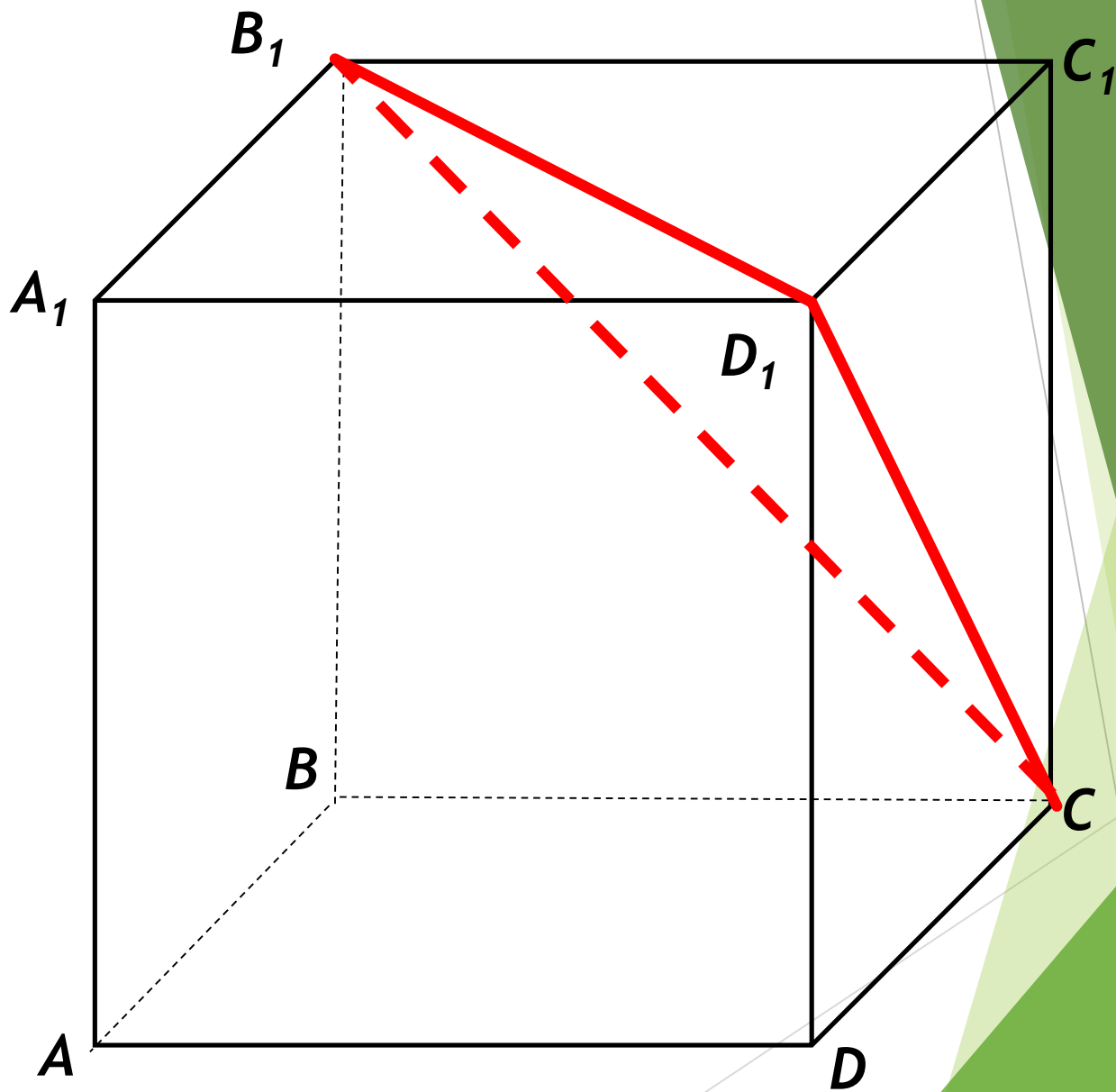
► четыре плоскости, содержащие прямую B_1C ;





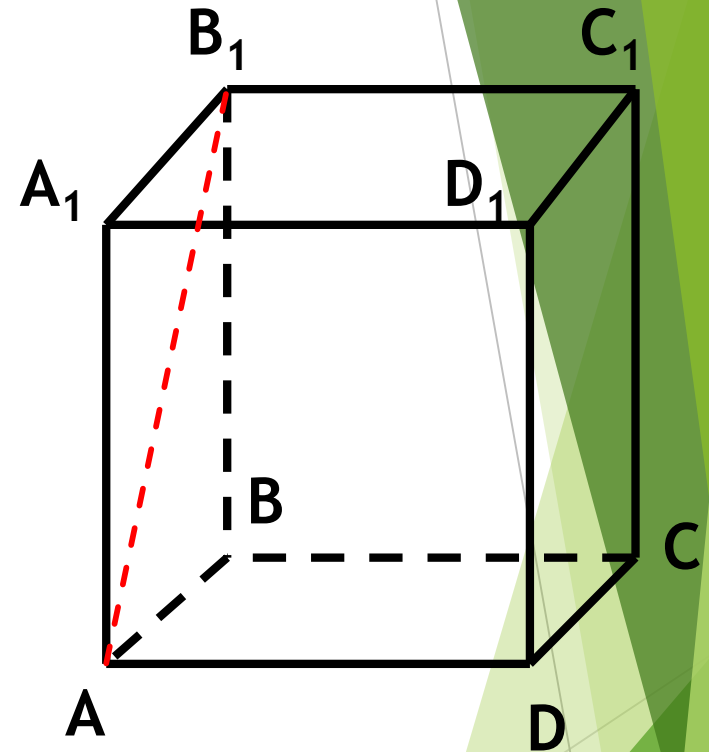




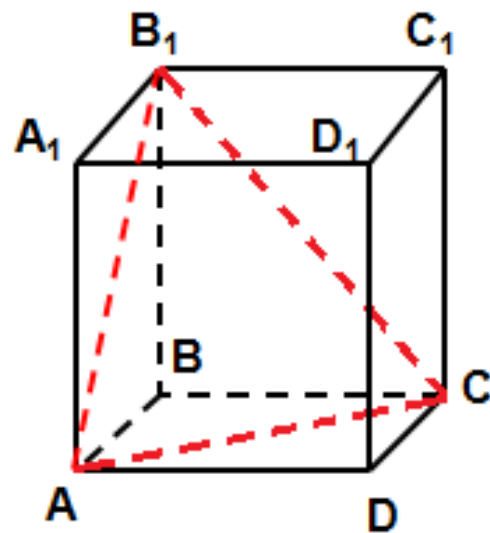
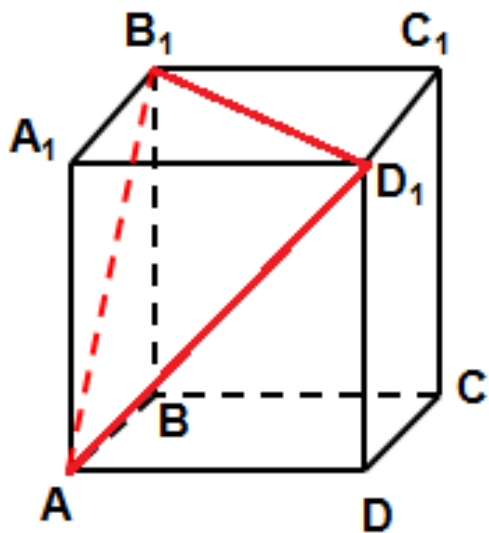
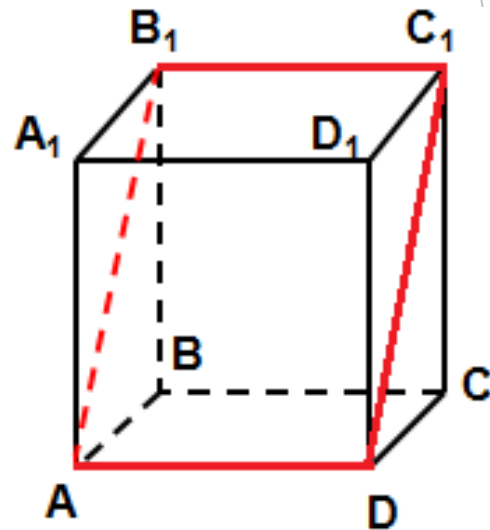
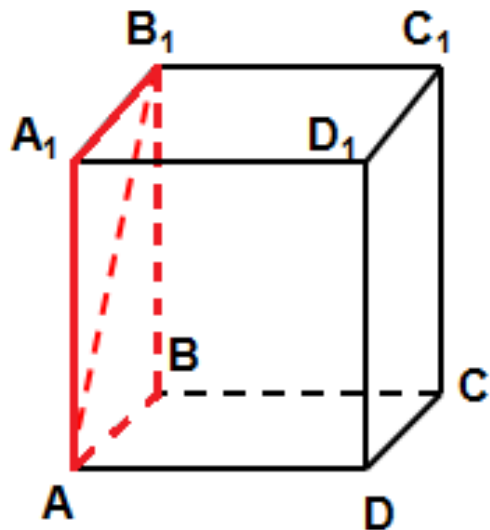


► Пользуясь данным рисунком, назовите:

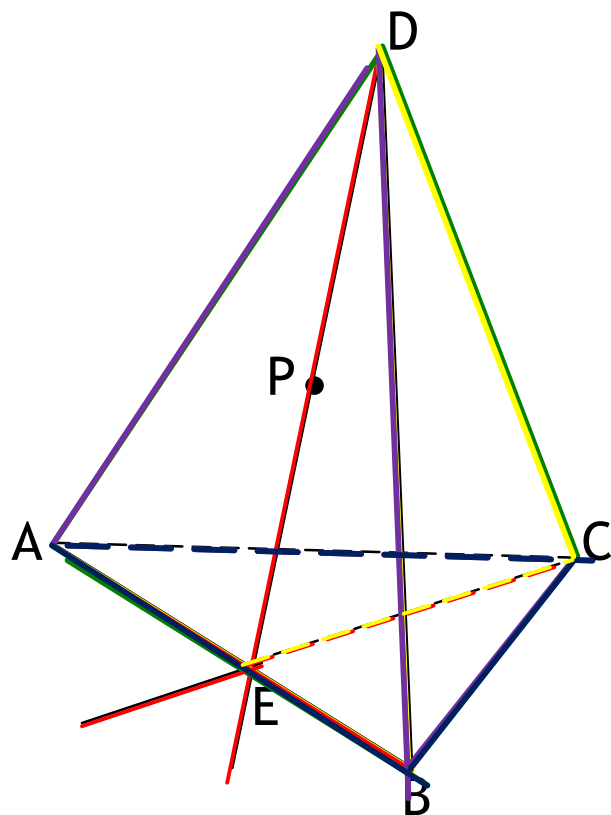
► все плоскости, содержащие прямую AB_1 ;



Ответ.



Закрепление.



1. Назовите плоскости, в которых лежат прямые:

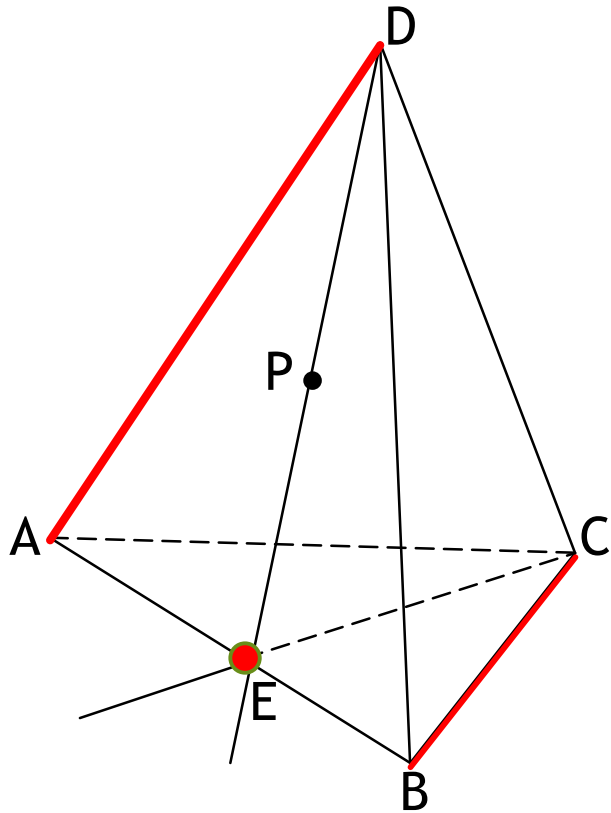
а) PE ;

б) DB ;

в) AB ;

г) EC .

Закрепление.



2. Назовите точку пересечения прямой CE с плоскостью ADB .

3. Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости:

- а) ABC и DCB ;
- б) ABD и CDA ;